

Espaces complets. Exemples et applications

1 Espaces complets

- Définition, exemples, notions purement métriques, critère de Cauchy, pré-compact + complet implique compact [4, 3]
- Théorème de pont fixe de Banach-Picard + application : Théorème de Cauchy-Lipschitz [3]
- Prolongement des applications uniformément continues [3], application à la transformée de Fourier dans L^2 . [6]
- Construction de complet : complétés. [4], Théorème de Tychonoff, dénombrable [1]
- Définitions des Banach, caractérisation par les séries [3, 4], exemple L^p (théorème de Riesz-Fischer) [2], Banach-Alaoglu [1], éventuellement caractérisation des compacts dans un Banach. [1]

2 Théorème de Baire et applications

- Énoncé et application dans les Banach : [2]
- Baire + Banach-Steinhaus [2]
- Application ouverte, graphe fermé [2]
- Application du graphe fermé : théorème de Grothendieck [5]
- Application pour les fonctions continues [3]
- Une dérivée s'annule en tout point implique polynômes
- densité des points de continuité d'une dérivée
- densité des fonctions dérivables nulles

3 Espaces de Hilbert

- Définitions, exemples [2]
- Projection sur les convexes fermés [3, 2]
- Théorème de représentation de Riesz, théorème de Stampacchia [2]
- Théorème de Lax-Milgram, application pour résoudre certains types d'équations différentielles par exemple problème de Sturm-Liouville [2]

Références

- [1] H. Queffelec C. Zuily. *Éléments d'analyse*. Dunod, 1995.
- [2] H. Brézis. *Analyse Fonctionnelle*. Dunod, 1999.
- [3] X. Gourdon. *Les maths en tête : analyse*. Ellipses, 1994.
- [4] A. Pomellet. *Agrégation de mathématiques, cours d'analyse*. Ellipses, 94.
- [5] W. Rudin. *Analyse fonctionnelle*. Ediscience international, 1995.
- [6] W. Rudin. *Analyse réelle ou complexe*. Dunod, 1998.