

Exemples de parties denses. Applications

1 Généralités

- Définitions, \mathbb{Q} dense dans \mathbb{R} , les matrices diagonalisables denses dans les matrices.
- Espaces séparables : définition, propriété sur B' avec $\sigma(E', E)$ [3], [2] pour Banach-Alaoglu, diagonalisabilité, des opérateurs compacts auto-adjoints. Tout hilbert séparable est isomorphe à l^2 [3].
- Espaces complets : prolongement uniformément continu (Application : définition de l'intégrale de Riemann) [6], Baire et Banach-Steinhaus [3] et fonction dérivables nullepart dense dans les continues. (où ?), Notion de complété d'un espace [6].

2 Le cas réel

- \mathbb{Q} dense dans \mathbb{R} nombre dyadiques, unique automorphisme, sous groupe de \mathbb{R} .
- Application en analyse : lemme de Tietze-Urysohn et prolongement de Tietze [1] [9].
- Application en probas : Inégalités de Doob, la dénombrabilité de \mathbb{Q} donne de la mesurabilité, À COMPLÉTER [7]
- Suites équiréparties : [5]

3 Espaces fonctionnels

- Polynômes et fonctions continues
 - Stone-Weierstrass [4] (cas réels et cas complexe, Weierstrass, cas réels et cas trigo, théorème de Müntz.[6])
 - Résultats plus constructifs : Théorème de Féjèr, polynômes de Bernstein [6]
- Espaces L^p
 - Séparabilités, densités de C_c , de C_c^∞ , [9], application à la transformé de Fourier dans L^2
 - Convolution $L^1 \star L^2$ [8] VÉRIFIER!
 - Théorème de Lebesgue [2]

Références

- [1] V. Maillot A. Chambert-Loir, S.Fernier. *Exercices d'analyse I*. Masson, 2è edition, 1997.
- [2] H. Queffélec C. Zuily. *Éléments d'analyse*. Dunod, 1995.
- [3] H. Brézis. *Analyse Fonctionnelle*. Dunod, 1999.
- [4] G. Choquet. *Cours de topologie*. Dunod, 2è edition, 2000.
- [5] Nicolas Francinou, Gianella. *Oraux X-ENS : analyse II*. Cassini, 2004.
- [6] X. Gourdon. *Les maths en tête : analyse*. Ellipses, 1994.
- [7] J.-Y. Ouyard. *Probabilités 2, master, agregation*. Cassini, 2è edition, 2004.
- [8] A. Pomellet. *Agrégation de mathématiques, cours d'analyse*. Ellipses, 94.
- [9] W. Rudin. *Analyse réelle ou complexe*. Dunod, 1998.