

Equations polynômiale

1 Exercice 1

Résoudre les équations suivantes sur \mathbb{R} :

1. $2x^2 - 6x + 1 = 0$
2. $x^2 - 2x + 2 = 0$
3. $x = \frac{x-1}{x}$
4. $x^2 + \frac{4}{\cos(\theta)}x + 1 = 0$ avec $\theta \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right[$ (on rappelle que $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$)

2 Exercice 2

Résoudre sur \mathbb{R} les équations suivantes à l'aide de l'indication.

1. $2x^3 - 6x + 4 = 0$ (solution évidente)
2. $x^4 + 2x^2 - 4 = 0$ (changement de variable $z = x^2$)
3. $x^3 - 2x^2 - 23x + 4 = 0$ (-4 est solution)
4. $(x^2 - 8x)^2 + 40(x^2 - 8x) + 375 = 0$ (changement de variable $z = x^2 - 8x$)

3 Exercice 3

Soient a , b et c trois réels. Le but de cet exercice est de résoudre l'équation symétrique (E) : $ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$ avec $a \neq 0$.

1. Montrer que 0 n'est pas solution de (E) .
2. En utilisant une factorisation par une puissance de x , montrer que (E) peut s'écrire :

$$a \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + b \left(x + \frac{1}{x} \right) + c = 0$$

3. On effectue le changement de variable $z = x + \frac{1}{x}$. Calculer $z^2 - 2$ et en déduire que l'équation équivaut à : $a(z^2 - 2) + bz + c = 0$ qui est une équation du second degré.
4. Application : résoudre dans \mathbb{R} : $x^4 - 12x^3 + 37x^2 - 12x + 1 = 0$.